

٢

مسألة ٢: من بيانات الجدول الآتي

٢٠	٢١	٢٥	٢٤	٢٣	٢٠	س
٢٨	٢٩	٢٧	٣٠	٣١	٣٥	ص

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين

س، ص و عدد نوعه

الحل:

س	ص	س	ص	س
٢٠	٣٥	٤٠٠	١٢٢٥	٧٠٠
٢٣	٣١	٥٢٩	٩٦١	٧١٣
٢٤	٣٠	٥٧٦	٩٠٠	٧٢٠
٢٥	٢٧	٦٢٥	٧٢٩	٦٧٥
٢٨	٢٩	٧٨٤	٨٤١	٨١٢
٣٠	٢٨	٩٠٠	٧٨٤	٨٤٠
١٥٠	١٨٠	٣٨١٤	٥٤٤٠	٤٤٦٠

$n = 6$

عدد الخانات بالجدول

\checkmark

$n \times n - n \times n$

$n \times n - n \times n$

$n \times n - n \times n$

$180 \times 150 - 4460 \times 6$

\checkmark

\checkmark

٢٣٦

$(n-1)$

معامل ارتباط بيرسون

مسألة ٣: احسب معامل ارتباط بيرسون بين س، ص و عدد نوعه من بيانات

الجدول التالي

٤	٦	٧	٨	٧	١٠	س
١٠	٩	٩	٧	٨	٥	ص

٣

الرجل

س	ص	ر (س)	ر (ص)	ف	ف
١٠	٥	١	٦	٥	٢٥
٧	٨	٣,٥	٤	٥	٢٥
٨	٧	٤	٥	٣	٩
٧	٩	٢,٥	٢,٥	١	١
٦	٩	٥	٩,٥	٩,٥	٦,٢٥
٤	١٠	٦	١	٥	٢٥
					٦٦,٥

١٠	١	١	٥	٦	٦
٣	٣	٣,٥	٨	٤	٤
٨	٢	٢	٧	٥	٥
٤	٤	٢,٥	٩	٢	٢,٥
٦	٥	٥	٩	٣	٢,٥
٤	٦	٦	١٠	١	١
س	ص	الرجل	ص	س	الرجل
		الخافي			الخافي

هامش للتوضيح ليس ضروري أنه يكتب الطالب

من الجدول: $٦ = ٦$ ، $٣٦ = ٦٦,٥$: $٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢
 $٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$$٦ = ١ - \frac{٦٦,٥ \times ٦}{(١ - ٣٦) ٦} = ٩ - ١ = ٨ \text{ عكسي قوي}$$

س	ص	مختار	مختار	مختار	مختار
١٠	٥	١	٦	٥	٢٥
٧	٨	٣,٥	٤	٥	٢٥
٨	٧	٤	٥	٣	٩
٧	٩	٢,٥	٢,٥	١	١
٦	٩	٥	٩,٥	٩,٥	٦,٢٥
٤	١٠	٦	١	٥	٢٥
					٦٦,٥

سؤال ٤: من بيانات الجدول

الناتج أصبب معامل
 ارتباط الرتبة لسيرمان

مبيناً نوعية (الرجل)

من الجدول: $٦ = ٦$ ، $٣٦ = ٦٦,٥$

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

$٦ = ١$ - ٣٦ ف ٢

س	ص	ر (س)	ر (ص)	ف	ف
١٠	٥	١	٦	٥	٢٥
٧	٨	٣,٥	٤	٥	٢٥
٨	٧	٤	٥	٣	٩
٧	٩	٢,٥	٢,٥	١	١
٦	٩	٥	٩,٥	٩,٥	٦,٢٥
٤	١٠	٦	١	٥	٢٥
					٦٦,٥

طرد قوي

ملاحظة: ① للتأكيد بـ $٦ = ٦$ صف ملاحظة ② معامل بيرسون
 أدنى معامل سيرمان لأنه يعتمد على القيم

٤

الاختبار

صراً أسلوباً إحصائياً يمكن بواسطته تقدير أحد المتغيرين بمعادلة الآخر

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} \times \text{س}$$

الاختبار

$$\text{أ} = \text{ص} - \text{ب} \times \text{س}$$

معادلة خط الاختبار

$$\text{ب} = \frac{\text{ن} \times \text{ص} - \text{س} \times \text{ص}}{\text{ن} \times \text{س} - (\text{س})^2}$$

$$\text{ن} \times \text{س} - (\text{س})^2$$

مقدار الخطأ = القيمة الجبردية - القيمة الاختبارية

ص من معادلة الاختبار

ص من الجدول

س	١٠	١٢	١٥	١٢	١٤	٨
ص	٦	٨	٦	٦	٩	٥

بيانات الجدول
الآلاف

١- معادلة خط الاختبار

٢- تنبأ بقيمة ص عندما س = ٧

٣- أوجد قيمة الخطأ عندما س = ٨

أوجد:

س	ص	س	ص	س	ص
١٠	٦	١٠٠	٣٦	٦٠	٦٠
١٢	٨	١٤٤	٦٤	٩٦	٩٦
١٥	٦	٢٢٥	٣٦	٩٠	٩٠
١٢	٦	١٤٤	٣٦	٧٢	٧٢
١٤	٩	١٩٦	٨١	٤٦	٤٦
٨	٥	٦٤	٢٥	٤٠	٤٠
٧١	٤٠	٨٧٣	٢٧١	٤٨٤	٤٨٤

الحل:

ص الجدول
 $\text{ن} = 6$
(عدد الخانات)

$$\text{ب} = \frac{71 \times 40 - 8 \times 71}{71 \times 6 - 8^2}$$

$$\text{ب} = \frac{2840 - 568}{426 - 64}$$

$$\text{ب} = \frac{2272}{362}$$

$$\text{ب} = 6.2762$$

$$\text{ب} = 6.28$$

$$١ = \frac{٤٠ \times ٧١ - ٤٨٤ \times ٦}{٢(٧١) - ٨٧٢ \times ٦} = \frac{٢٨٤٩ - ٢٩٠٤}{١٤٢ - ٥٢٣٢}$$

$$٢ = ٢٢٤٩$$

$$٢ = \frac{٧١ \times ٢٢٤٩ - ٤٠}{٦} = \frac{١٥٩٦٨٣ - ٤٠}{٦} = ٢٦٦١٣.٥$$

① ∴ معادلة خط الانحدار هي $ص = ٢ + ٢٦٦١٣.٥ س$
 يعني $ص = ٢٢٤٩ + ٨٢٢٣ و ٢٦٦١٣.٥ س$

② عندما $س = ٧$ ∴ $ص = ٢٢٤٩ + ٨٢٢٣ + ٧ \times ٢٦٦١٣.٥$
 $ص = ١٨٥٧$

③ عندما $س = ٨$ ∴ $ص = ٢٢٤٩ + ٨٢٢٣ + ٨ \times ٢٦٦١٣.٥$
 $ص = ١٨٤٣$ ∴ القيمة الانحدارية

∴ مقدار الخطأ = القيمة الجدولية - القيمة الانحدارية
 $= ١٨٥٧ - ١٨٤٣ = ١٤$

ملحوظات: ① إذا كانت < ٥ : نوع الارتباط طردى
 > ٥ : ~ ~ عكسى



⑦

الباب الثاني: الاحتمال الشرطي - الأحداث المستقلة

مراجعة قوانين الاحتمال التي تم دراستها سابقاً

$$① \quad P(A) = \frac{P(A)}{P(\Omega)} \quad \text{احتمال وقوع } A$$

$$② \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}) \quad \text{احتمال } \{ \text{نفي } A \} \text{ عدم } A$$

$$③ \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

↑ القانون صحيح لو بدلتاهم ↑

\cup : أو - أي مره - على الأقل - صير الحدث
 \cap : و - ، - كليهما معاً

$$④ \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A} - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad \text{احتمال } A \text{ فقط} - A \text{ ونفي } B$$

$$⑤ \quad P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad \text{احتمال عدم وقوعهما معاً - أيهما على الأكثر}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = 1 - P(A \cup \bar{B}) \quad \text{عدم وقوع أي منهما}$$

$$⑥ \quad P(A \cap B) = P(A - \bar{B}) = P(A) - P(A \cap \bar{B})$$

احتمال عدم وقوع A فقط (عدم وقوع A بمفرده)

ملاحظات ① A, B متافضيه $\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0$ صفر

$$② \quad A \supset B \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B), \quad P(A) \geq P(B)$$

$A \cap B = B$ ، $P(A - B) = 0$ صفر

$$③ \quad P(A) \geq P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B), \quad P(A - B) = 0$$

٧

الإصمالة بشرطية: إذا كان P ، Q ، R فان:

$P \rightarrow (Q \wedge R) = (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$
 ← احتمال التقاطع ← احتمال التفاضل
 ونظيره: احتمال P بشرط B

ملاحظة: الحدث الأول يأتي بعد كلمة احتمال
 الحدث الثاني يأتي بعد كلمة:

(علماً بأنه - إذا علم أنه - بشرط - إذا كان ...)

سؤال ١: إذا كان $P \rightarrow Q = 0.3$ ، $P \rightarrow R = 0.4$ ،
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 0.2$ أو وجد:

① $P \rightarrow Q = 0.3$ ② $P \rightarrow R = 0.4$ ③ $P \rightarrow (Q \wedge R) = 0.2$

الحل: (١) $P \rightarrow Q = 0.3$ ، $P \rightarrow R = 0.4$ ،
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 0.2$

تذكر أن
 $P \rightarrow Q = 1 - P$
 $P \rightarrow R = 1 - P$
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 1 - P$

(٢) $P \rightarrow Q = 0.3$ ، $P \rightarrow R = 0.4$ ،
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 0.2$

(٣) $P \rightarrow Q = 0.3$ ، $P \rightarrow R = 0.4$ ،
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 0.2$

$P \rightarrow Q = 1 - P$
 $P \rightarrow R = 1 - P$
 $P \rightarrow (Q \wedge R) = 1 - P$

سؤال ٢: فصل دراسي به ٥٠ طالب فازوا ١٥ طالب منهم

بدرسه الكيمياء، ٢٥ طالب بدرسه الأحياء، ١٠ طالب
 بدرسه المادتين معاً أو بعد احتمال أنه يكون الطالب محمد
 بدرس: (١) الكيمياء بشرط الأحياء

(٢) الأحياء إذا كان دارساً للكيمياء

(٣) الأحياء إذا علم أنه لا يدرس الكيمياء

الحل: كمياء ← ٢ ، أصباء ← ٥ ، كمياء وأصباء ← ٧

ل (٢) = $\frac{15}{50}$ ، ل (ب) = $\frac{25}{50}$ ، ل (٧) = $\frac{10}{50}$

تذكّر أن

ل (ب.ن) = ل (ب) + ل (ن)

ل (٢.٧) = ل (٢) + ل (٧) = $\frac{15}{50} + \frac{10}{50} = \frac{25}{50}$

ل (٢) = ل (٢) - ل (٧) = $\frac{25}{50} - \frac{10}{50} = \frac{15}{50}$

(١) ل (٧) = $\frac{ل (٧.٢)}{ل (٢)} = \frac{ل (٧) + ل (٢)}{ل (٢)} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

(٢) ل (٢.٧) = $\frac{ل (٢.٧)}{ل (٧)} = \frac{ل (٢) + ل (٧)}{ل (٧)} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

(٣) ل (٢.٧) = $\frac{ل (٢.٧.٢)}{ل (٢.٧)} = \frac{ل (٢.٧) + ل (٢)}{ل (٢.٧)} = \frac{25}{25} = 1$

الأصناف المستقلة:

يقال أنه: ٢ ، ٥ صنفاته مستقلة إذا كانه

ل (٧.٢) = ل (٢) × ل (٧)

سؤال (١): إذا كانه ل (٢) = ٦ ، ل (٧) = ٣ و

ل (٢.٧) = ١٢ و أثبت أنه ٢ ، ٥ صنفاته مستقلة .

الحل: ل (٢.٧) = ل (٢) + ل (٧) = ٦ + ٣ = ٩

∴ ل (٢.٧) = ٩ = ٦ + ٣ = ل (٢) + ل (٧)

∴ ل (٢.٧) = ٩ = ٦ × ٣ = ل (٢) × ل (٧)

∴ ل (٢.٧) = ٩ = ٦ × ٣ = ل (٢) × ل (٧)

∴ ل (٢.٧) = ٩ = ٦ × ٣ = ل (٢) × ل (٧)

∴ ٢ ، ٥ صنفاته مستقلة .

٩

سؤال ٢: إذا كان n ، m عددين متتاليين وكان

$$C(n, 2) = 6, \quad C(n, 1) = 3 \text{ أو } 1 \text{ أو } 2$$

$$① C(n, 2) = 6 \quad ② C(n, 1) = 3 \quad ③ C(n, 1) = 2$$

حل: n, m متتاليين

$$① C(n, 2) = 6 \Rightarrow C(n, 1) = 3 \Rightarrow n = 3 \text{ أو } 4$$

$$② C(n, 1) = 3 \Rightarrow n = 3$$

$$③ C(n, 1) = 2 \Rightarrow n = 2$$

$$③ C(n, 1) = 2 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow C(n, 2) = 1$$

سؤال ٣: أطلع ضريانه فزيفه نحو حرف ما فزاد

$$C(n, 2) = 6, \quad C(n, 1) = 5 \text{ أو } 4 \text{ أو } 3$$

لحرف بقذيفة واحدة فقط

حل: إصابة الحرف من أصلها لا يؤثر في الآخر

n, m متتاليين

$$C(n, 2) = 6 \Rightarrow C(n, 1) = 5 \Rightarrow n = 5$$

اصحاب إصابة الحرف بقذيفة واحدة فقط

$$C(n, 2) = 6 \Rightarrow C(n, 1) = 5 \Rightarrow n = 5$$

$$C(n, 2) = 6 \Rightarrow C(n, 1) = 5 \Rightarrow n = 5$$

$$C(n, 2) = 6 \Rightarrow C(n, 1) = 5 \Rightarrow n = 5$$

١٠

سؤال ٤: كسب يجرى على ٣ كرات حمراء ، ٥ كرات سوداء ، إذا سببت كراته الواحدة تلو الأخرى ووجه إصداك (إرباع) .

ما احتمال أنه تكونه :

(أ) الكرتان سوداويتان ؟

(ب) الأولى سوداء والثانية حمراء ؟

(ج) إحدى الكرتين حمراء والأخرى سوداء ؟

حل:

(أ) الأولى سوداء والثانية سوداء

$$\frac{5}{16} = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} =$$

خالي
باللحم
معايا:

(ب) الأولى سوداء والثانية حمراء

$$\frac{15}{64} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} =$$

١
الكرتان في إصداك
منه ١ لأنه سحب بوجه إصداك

(ج) الأولى حمراء والثانية سوداء أو الأولى سوداء والثانية حمراء

$$\frac{15}{64} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{8}$$

لاحظ أن: إذا كان ٢ مستقلة فانه ل (٢) = ل (١) = ل (١)

في الحدس المتساوية يكونان مستقلين إذا فقط إذا كان احتمال أحدهما = ل (٢) × ل (١) = .

باب ثالث المتغير العشوائي المتقطع

تعريف: المتغير العشوائي المتقطع من هودالة مجالاً في
 ومجالاً لمقابل ع \leftarrow الأعداد الحقيقية (فضاء العينات)

مثال توضيحي: في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين
 متتاليتين

ف = $\{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$

إذا كان المتغير العشوائي هو عدد الكتابات فانه

مدى المتغير العشوائي = $\{0, 1, 2\}$

(ملاحظة: التجربة الواحدة يعرف عليها العديد من متغيرات عشوائية)

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي: هو جدول كما بالشكل

س	0	1	2	المجموع
(ص، ص)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

المدى \rightarrow الاحتمالات المتناظرة \rightarrow ج د (س) = 1

وهذا الجدول يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير التوضيحي
 السابجه

مثال 1

إذا كان من متغيراً عشوائياً مداه $\{1, 2, 3\}$ وكانه:

ك (س) = 1، ك (س) = 2، ك (س) = 3، ك (س) = 4، ك (س) = 5، ك (س) = 6

أوجد قيمة P

من متغير عشوائي \therefore ج د (س) = 1

\therefore ج د (1) + ج د (2) + ج د (3) = 1 \therefore ج د (1) + ج د (2) + ج د (3) = 1

$$\frac{1}{6} = P \leftarrow 1 = 2$$

مساب : ① لورٹے الحسابی (لتوقع) ← ۴
 ④ التباين ← ۶ ③ الانحراف المعياري ← ۶

سار	د (سار)	س ز د (سار)	س ز د (سار)
① لری العمود الاول	② الاحتمالات العمود الثاني	① × ② = ③ العمود الثالث	① × ③ = ④ العمود الرابع
ج	۱	۳ س ز د (سار) = ۴	۳ س ز د (سار)

وبعد استكمال الجدول يكونه :

* لورٹے الحسابی ۴ = ۳ س ز د (سار) ← **يعني** مجموع العمود الثالث

* التباين ۶ = ۳ س ز د (سار) - ۴ **يعني** مجموع العمود الرابع - ۴

* الانحراف المعياري ۶ = + التباين

* معامل الاختلاف = $\frac{6}{4} \times 100\%$

سؤال ۲ اذا كانه اصد لمصانع شي نوعين مہ لمصايج ۱، ۲
 وكانه متورٹے لعمر لهما بالساعة ۱۵۸۰، ۱۸۵۰
 وانحرافهما لمعيارى بالساعة ۲۳۰، ۲۵۰ على الترتيب اصيب
 معامل الاختلاف لكل منهما ، ماذا نلاحظ ؟

جواب : معامل اختلاف ۱ = $\frac{230}{1580} \times 100\% = 14.56\%$

معامل اختلاف ۲ = $\frac{250}{1850} \times 100\% = 13.51\%$

نلاحظ انه النوع ب أكثر تشتتاً مہ ۲ .

١٣

سؤال ٣: إذا كان من متغير عشوائي مقطوعاً توزيعه الاحتمالي كالآتي:

س	٠	١	٢	٣
د (س)	٠.٣٥	٠.٤	٠.٢	٠.٠٥

أوجد قيمة μ ثم اكتب كل ما يلي:

الوسط الحسابي - الانحراف المعياري - معامل الاختلاف

الحل: من متغير عشوائي

س	د (س)	س	د (س)	س	د (س)
٠	٠.٣٥	٠	٠	٠	٠.٣٥
١	٠.٤	١	٠.٤	١	٠.٤
٢	٠.١٥	٢	٠.٣	٢	٠.٦
٣	٠.١	٣	٠.٣	٣	٠.٩
مج	١	١	١	١,٩	

١: $\mu = 1$

$$0.35 + 0.4 + 0.2 + 0.05 = 1$$

$$2 = 1 - 0.85 = 0.15$$

من الجدول، طبقاً لـ: $\mu = 1$

$$1.9 = 1 - 0.1 = 0.9$$

٢: الانحراف المعياري $\sigma = 0.95$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\% = \frac{0.95}{1} \times 100\% = 95\%$$

سؤال ٤: إذا كان من متغير عشوائي متاه $\{0, 1, 2, \dots\}$ ودالة توزيعه الاحتمالي تتحدد بالعلاقة:

$$D(s) = \frac{1}{s!} \text{ فإنه قيمة } \mu = \dots$$

$$\frac{1}{0!} \quad \frac{1}{1!} \quad \frac{1}{2!} \quad \frac{1}{3!} \quad \frac{1}{4!}$$

الحل: $\mu = 1$

$$1 = 0 + 1 + 2 + \dots$$

$$0 = 0 \leq 1 = 1 \leq 2 = 2 \leq 3 = 3 \leq 4 = 4 \leq \dots$$